

الفصل الخامس

مقاييس النزعة المركزية:

ان معظم القيم لمختلف الظواهر الطبيعية تتمركز عادة في الوسط او قريبه منه , ومقاييس التمرکز او المتوسط لاي مجموعة من البيانات التابعة لظاهرة ما , هي تلك المقاييس التي تبحث في تقدير قيمة تتمركز حولها اغلبية هذه البيانات وان هذه القيمة المتوسطة او المتمركزة هي رقم واحد يعبر عن اويمثل جميع بيانات تلك المجموعة ومن أهم هذه المقاييس هي.

- | | |
|--------|-----------------------------|
| mean | (1) الوسط الحسابي (المتوسط) |
| median | (2) الوسيط |
| mode | (3) المنوال |

مقاييس النزعة المركزية تهتم بالبيانات المبوبة والبيانات غير المبوبة:

اولاً/ مقاييس النزعة المركزية للبيانات غير المبوبة:

(1) a) الوسط الحسابي (المتوسط) :

وهو القيمة الناتجة من قسمة مجموع القيم على عددها ويرمز له بالرمز (\bar{y})

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \quad \text{الصيغة الرياضية له :}$$

مثال 1/ البيانات التالية تمثل كمية المطر المتساقط سنوياً (بالمليمترات) على مدينة كربلاء خلال فترة (5) سنوات فما هو متوسط او معدل سقوط المطر خلال هذه الفترة؟

$$Y_i = 400, 380, 450, 350, 520$$

الحل/

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{400+380+450+350+520}{5} = \frac{2100}{5} = 420mm$$

اي ان معدل سقوط الامطار خلال تلك الفترة هو (420) مللتر

مثال 2/ البيانات التالية تمثل قيمة مشتريات احدى العوائل خلال اسبوع فما هو متوسط او معدل قيمة المشتريات خلال هذه الفترة؟

$$19, 21, 18, 17, 18, 22, 46$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{19+21+18+17+18+22+46}{7} = \frac{161}{7} = 23 \quad \text{الحل/}$$

اي ان معدل الشراء خلال تلك الفترة هو (23) الف دينار

خواص الوسط الحسابي:

سوف نتطرق الى خاصية مهمة من خواص الوسط او المتوسط الحسابي وهي :

مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي صفر

اولاً/ للبيانات الغير مبوبة:

$$\sum (y_i - \bar{y}) = 0$$

$$\sum y_i - n \bar{y} = 0$$

$$\sum y_i - n \frac{\sum y_i}{n} = 0$$

$$\sum y_i - \sum y_i = 0$$

ثانياً/ للبيانات المبوبة:

$$\sum f_i (y_i - \bar{y}) = 0$$

$$\sum f_i y_i - \bar{y} \sum f_i = 0$$

$$\sum f_i y_i - \left(\frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} \right) \sum f_i = 0$$

$$\sum f_i y_i - \sum f_i y_i = 0$$

(b) الوسط الحسابي المرجح (الموزون):

اذا كان لكل قيمة من قيم المشاهدات (y_i) وزن خاص يتناسب مع اهميتها (w_i) فان الوسط

$$\bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{\sum w_i}$$

الحسابي الموزون لهذه القيم هو

مثال 1/ القيم التالية تمثل نتائج امتحان احد الطلبة في درس الاحصاء علما بان لكل امتحان وزنا او اهمية او نسبة معينة؟

الامتحان	الدرجة y_i	اهميتها w_i	$w_i y_i$
الاول	70	%10	700
الثاني	60	%30	1800
الثالث	75	%10	750
الرابع	55	%50	2750
		%100	6000

$$\bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{\sum w_i} = \frac{6000}{100} = 60$$

مثال 2/ أربع شعب من الطلبة في الصف الاول تتألف من 30,35,40,25 طالبا على التوالي فإذا كان معدل امتحانهم بمادة الاحصاء هو 80,75,60,90 على التوالي فما هو معدل الامتحان في جميع هذه الشعب؟

$$\bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{\sum w_i} = \frac{(30)(80) + (35)(75) + (40)(60) + (25)(90)}{30 + 35 + 40 + 25} = 74.4$$

(2) الوسيط:

يعرف الوسيط بأنه تلك القيمة من قيم المتغير العشوائي (y_i) التي تقسم مجموعة قيم المتغير الى قسمين متساويين اي انها قيمة (y) التي تجعل عدد القيم قبلها مساو لعدد القيم بعدها في حالة كون عدد القيم فردي, في حالة كون عدد القيم زوجي فالوسيط يمثل معدل او متوسط القيمتين الواقعتين في الوسط بعد ترتيب القيم تصاعديا او تنازليا.

طريقة ايجادها:

(a) في حالة كون القيم عدد فردي فان الوسيط يحسب وفق الصيغة التالية:

$$Me = \frac{y(n+1)}{2}$$

(b) في حالة كون عدد القيم زوجي فان الوسيط يحسب وفق الصيغة التالية:

$$\frac{n}{2} = \text{رتبة الوسيط الاول}$$

$$\frac{n}{2} + 1 = \text{رتبة الوسيط الاول}$$

$$Me = \frac{y(\frac{n}{2}) + y(\frac{n}{2} + 1)}{2}$$

مثال 1/ اوجد الوسيط لدرجات طالب في (5) امتحانات بدرس الاحصاء اذا كانت الدرجات هي ؟

الحل/ 84,78,76,82,80

(1) نرتب البيانات تصاعديا 76,80,82,84,87

وبما ان عدد البيانات فردي فان رتبة الوسيط هي $3 = \frac{5+1}{2} = \frac{n+1}{2}$

اي ان الوسيط = 82 **Me=82**

مثال 2/ اوجد الوسيط للقيم التالية ؟

$Y_i=20,22, 24.5,26,27,19.5$

اولا/ نرتب البيانات تصاعديا $y_i= 19.5,20,22,24.5,26,27$

وبما ان عدد القيم زوجي فان رتبة الوسيط الاول $3 = \frac{6}{2} = \frac{n}{2}$

رتبة الوسيط الثاني $4 = 1 + \frac{6}{2} = 1 + \frac{n}{2}$

فان قيمة الوسيط هي **Me** $= \frac{y(\frac{n}{2}) + y(\frac{n}{2}+1)}{2} = \frac{22+24.5}{2} = 23.25$

(3) المنوال:

هو القيمة الاكثر تكرارا او شيوعا في البيانات.

مثال 1/ اوجد المنوال لكل من القيم التالية

1) 3,5,2,6,5,9,5,2,8,6

(1) المنوال (Mo) = 5

2) 51.6,48.7,50.3,49.5,48.9

(2) لا يوجد منوال لهذه المفردات

ثانياً/ مقاييس النزعة المركزية للبيانات المبوبة:

1) الوسط الحسابي (المتوسط):

وهو من أهم مقاييس النزعة المركزية وأكثرها شيوعاً في التطبيقات العلمية وبخاصة في المقارنات الاحصائية بين الظواهر المختلفة وان قيمته تدخل في حساب العديد من المؤشرات والاختبارات والمقاييس وتحسب وفق الصيغة التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

حيث (f_i) = تكرار الفئات

(x_i) = مركز الفئة

مثال 1/ من جدول التوزيع التكراري التالي أوجد الوسط الحسابي؟

الفئات	f_i	x_i	$f_i x_i$
90-	3	95	285
100-	14	105	1470
110-	16	115	1840
120-	11	125	1375
130-	4	135	540
140-150	2	145	290
	50		5800

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \bar{x} = \frac{5800}{50} = 116$$

مثال 2/ الجدول التالي يبين توزيع الاوزان لعينة من طلاب جامعة وارث الانبياء والمطلوب حساب الوسط الحسابي؟

الفئات	f_i	x_i	$f_i x_i$
60-62	5	61	305
63-65	18	64	1152
66-68	42	67	2814
69-71	27	70	1890
72-74	8	73	584
	100		6745

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \bar{x} = \frac{6745}{100} = 76.45$$

(2) الوسيط:

$$M_e = A + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times L$$

يحسب وفق الصيغة التالية

A = الحد الأدنى للفترة الوسيطة

$\sum f_i$ = مجموع التكرارات

f_1 = التكرار المتجمع الصاعد للفترة التي تسبق الفترة الوسيطة

f_2 = تكرار الفترة الوسيطة

مثال 1/ الجدول التالي يبين توزيع الاوزان لعينة من طلاب جامعة وارث الانبياء **3)** والمطلوب حساب الوسيط؟

الفئات	f_i	afu
60-62	5	5
63-65	18	23
66-68	42	65
69-71	27	92
72-74	8	100
	100	

$$M_e = A + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times L$$

$$1) \frac{\sum f_i}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

$$2) L = 3$$

$$3) M_e = 66 + \frac{\frac{100}{2} - 23}{65 - 23} \times 3$$

$$66 + \frac{27}{42} \times 3 =$$

$$66 + 0.64(3) = 66 + 1.92 = 67.92$$

مثال 1/ الجدول التالي يبين توزيع الاوزان لعينة من طلاب جامعة وارث الانبياء والمطلوب حساب الوسيط؟

الفئات	f_i	afu
64-67	4	4
68-71	10	14
72-75	18	32
76-79	24	56
80-83	22	78
84-87	12	90
	90	

$$1) M_e = A + \frac{\frac{\sum f_i}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times L$$

$$2) \frac{\sum f_i}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

$$3) L = 4$$

$$M_e = 76 + \frac{\frac{90}{2} - 32}{56 - 32} \times 4$$

$$76 + \frac{13}{24} \times 4 =$$

$$76 + 0.54(4) = 76 + 2.16 = 78.16$$

(3) المنوال :

$$M_e = A + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times L$$

ويحسب وفق الصيغة التالية

A = الحد الأدنى للفترة المنوالية

f_1 = تكرار الفترة المنوالية – تكرار الفترة التي تسبقها

f_2 = تكرار الفترة المنوالية – تكرار الفترة التي بعدها

الفترة المنوالية : هي الفترة التي تقابل أعلى تكرار

مثال 1/ الجدول التالي يبين توزيع الاوزان لعينة من طلاب جامعة وارث الانبياء
والمطلوب حساب المنوال؟

الفئات	f_i
64-67	4
68-71	10
72-75	18
76-79	24
80-83	22
84-87	12
	90

$$M_e = A + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times L$$

$$6 = 18 - 24 = f_1$$

$$2 = 22 - 24 = f_2$$

$$M_e = 76 + \frac{6}{6+2} \times 4$$

$$= 76 + 0.75(4)$$

$$= 76 + 3 = 79$$